

**Kode>Nama Rumpun Ilmu\* : 772/Pendidikan Matematika**

**LAPORAN AKHIR  
PENELITIAN**

**ANALISIS BERPIKIR KOMBINATORIAL (COMBINATORIAL THINKING)  
MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL-SOAL KOMBINATORIKA**

**(Suatu Studi di Program Studi Pendidikan Matematika  
Universitas Bung Hatta - Padang)**



**PENGUSUL**

**Dra. Rita Desfitri, M.Sc.  
Program Studi Pendidikan Matematika  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan**

**UNIVERSITAS BUNG HATTA**

**DESEMBER 2021**

## RINGKASAN

Kajian dan evaluasi masalah-masalah yang timbul dalam perkuliahan dari waktu ke waktu perlu dilakukan untuk perbaikan di masa yang akan datang. Salah satu permasalahan dalam perkuliahan adalah tingkat penguasaan mahasiswa terhadap materi yang diajarkan masih rendah, seperti dalam mata kuliah kombinatorika.

Mata kuliah kombinatorika adalah mata kuliah yang diajarkan pada semester 7 di lingkungan program studi pendidikan matematika. Pada kurikulum sebelumnya mata kuliah ini merupakan mata kuliah pilihan dalam kurikulum program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Bung Hatta. Tetapi seiring dengan perkembangan kurikulum, dan kombinatorika adalah bidang kajian yang memegang peranan besar dalam matematika karena permasalahan-permasalahan dalam kehidupan sehari-hari biasanya diselesaikan secara kombinatorial, dan kombinatorika juga merupakan satu dari lima mata kuliah yang selalu diujikan dalam olimpiade matematika perguruan tinggi baik di tingkat nasional maupun internasional, maka mulai tahun ajaran 2016/2017 mata kuliah kombinatorika menjadi mata kuliah wajib di program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Bung Hatta.

Data capaian perkuliahan menunjukkan bahwa tingkat keberhasilan mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan ini relative rendah. Jika dalam mata kuliah matematika yang lain mayoritas nilai mahasiswa menyebar secara merata antara nilai A sampai C, maka dalam tiga tahun terakhir, nilai kombinatorika mahasiswa lebih didominasi nilai C dan D.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis permasalahan yang dialami mahasiswa yang mengikuti perkuliahan kombinatorika ditinjau dari proses berpikir kombinatorik, dan melihat bagaimana kesulitan mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan kombinatorika.

Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif. Sampel penelitian ini adalah mahasiswa yang mengikuti perkuliahan kombinatorika semester ganjil tahun 2018/2019 dan semester ganjil 2019/2020. Lima buah soal dengan lima topik yang berbeda diambil dari kertas kerja mahasiswa berupa tugas, kertas kerja UTS dan UAS, lalu dianalisis untuk melihat bagaimana mereka menyelesaikan masalah-masalah kombinatorika ditinjau dari proses berpikir kombinatorika yang meliputi tiga komponen: memformulasikan masalah ke dalam ekspresi matematika (*formula*), melakukan proses perhitungan (*counting process*), dan mendapatkan serangkaian jawaban (*set of outcomes*).

## DAFTAR ISI

	halaman	
Rangkuman .....	i	
DAFTAR ISI .....	ii	
DAFTAR TABEL .....	iii	
DAFTAR GAMBAR .....	iv	
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>		
1.1. Latar Belakang .....	1	
1.2. Identifikasi Masalah .....	2	
1.3. Batasan Masalah .....	2	
1.4. Rumusan Masalah .....	2	
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b>		
2.1. Kombinatorika .....	3	
2.2. Berpikir Kombinatorial .....	4	
<b>BAB 3. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN</b>		
3.1 Tujuan Penelitian .....	7	
3.2. Manfaat Penelitian .....	7	
<b>BAB 4. METODE PENELITIAN</b>		
4.1. Desain Penelitian .....	8	
4.2. Instrumen/ Alat Pengumpul Data .....	9	
4.3. Data Penelitian		
4.3.1. Tahap Pengumpulan Data: Klasifikasi Data dan Reduksi Data.....	9	
4.3.2. Deskripsi dan Analisis Data .....	10	
<b>BAB 5. HASIL PENELITIAN .....</b>		19
<b>BAB 6. KESIMPULAN DAN SARAN</b>		
6.1. Kesimpulan .....	20	
6.2. Saran .....	20	
DAFTAR PUSTAKA .....	21	

## DAFTAR TABEL

	halaman
Tabel 1. Sebaran nilai mata kuliah kombinatorika mahasiswa pada program studi Pendidikan Matematika dalam tiga tahun terakhir .....	1
Tabel 2. Pertanyaan yang dianalisis untuk melihat aspek berpikir kombinatorial mahasiswa .....	10
Tabel 3. Deskripsi jumlah lembar kerja yang dikerjakan mahasiswa memuat komponen berpikir kombinatorial model Lockwood dari setiap soal .....	11
Tabel 4. Sebaran skor yang didapat mahasiswa .....	12

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.	Salah satu model berpikir kombinatorika .....	5
Gambar 2.	Diagram Alir Penelitian .....	8
Gambar 3.	Contoh jawaban mahasiswa untuk soal prinsip dasar mencacah .....	13
Gambar 4.	Contoh jawaban mahasiswa dalam soal permutasi siklis .....	15
Gambar 5.	Contoh jawaban mahasiswa untuk soal rute terpendek .....	17
Gambar 6.	Jumlah lembar kerja mahasiswa yang tidak memuat komponen berpikir kombinatorik dalam setiap soal .....	17
Gambar 7.	Refleksi jumlah mahasiswa yang menerapkan aspek berpikir kombinatorika secara benar .....	18
Gambar 8.	Gambaran jumlah mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam berpikir kombinatorik .....	18

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1.Latar Belakang

Mata kuliah kombinatorika adalah salah satu mata kuliah wajib yang diajarkan pada semester 7 di program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Bung Hatta. Mengingat kegiatan yang diutamakan dalam mata kuliah kombinatorika adalah bagaimana menerjemahkan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari ke dalam bentuk permasalahan kombinatorial sehingga bisa diselesaikan, mata kuliah ini pada dasarnya mempelajari tentang prinsip dasar mencacah (*basic principle of counting*), konsep permutasi dan kombinasi lebih mendalam dari permutasi dan kombinasi yang sudah diajarkan di tingkat SMU dan mata kuliah lainnya pada tahun awal perkuliahan, serta konsep-konsep binomial dan multinomial serta keterkaitannya antara koefisien ekspansi binomial dengan konsep kombinasi.

Sebagai dosen pengampu mata kuliah kombinatorika, peneliti menemukan cukup banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam memahami materi perkuliahan dan dalam menyelesaikan soal-soal kombinatorika yang diberikan baik dalam tugas-tugas perkuliahan maupun dalam ujian akhir semester.

Namun observasi di lapangan menunjukkan bahwa mahasiswa kurang menguasai materi-materi yang diajarkan dalam perkuliahan, bahkan juga belum menguasai materi terkait seperti permutasi dan kombinasi yang sebelumnya sudah dibahas di SMU atau di tahun-tahun pertama perkuliahan. Hal ini juga terlihat dari data kelulusan/nilai akhir mata kuliah kombinatorik yang cenderung selalu rendah karena mayoritas mendapat nilai C atau D seperti terlihat dalam tabel berikut:

Tabel 1. Sebaran nilai mata kuliah kombinatorika mahasiswa pada program studi Pendidikan Matematika dalam tiga tahun terakhir

TAHUN AJARAN	NILAI					JUMLAH MAHASISWA
	A, A-	B-, B, B+	C, C+	D	E	
Ganjil 2017/2018	11	21	30	4	0	66
Ganjil 2018/2019	1	9	19	6	0	35
Ganjil 2019/2020	0	6	6	9	0	21

Untuk itulah, penulis ingin melakukan penelitian untuk melihat lebih jauh mengenai kesalahan-keslaahan yang dihadapi mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang kombinatorika, di program studi Pendidikan Matematika, FKIP Universitas Bung Hatta. Permasalahan-permasalahan yang dihadapi mahasiswa yang akan ditinjau di sini lebih difokuskan pada kemampuan mereka secara individual dalam menyelesaikan soal-soal yang diberikan baik dalam tugas-tugas perkuliahan maupun dalam UTS dan UAS selama tiga tahun terakhir.

Penelitian ini sangat penting dilakukan agar dosen pengampu mata kuliah bisa menemukan akar permasalahan dalam perkuliahan kombinatorika tersebut untuk dikaitkan sehingga perbaikan perkuliahan untuk tahun-tahun selanjutnya bisa direncanakan dengan lebih baik.

## 1.2. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka masalah dalam penelitian ini adalah: bagaimana proses berpikir kombinatorial mahasiswa menyelesaikan soal-soal kombinatorika

## 1.3. Batasan Masalah

Dari berbagai macam topik yang dipelajari dalam mata kuliah kombinatorika, penelitian ini dibatasi kepada bagaimanakah mahasiswa memformulasikan persoalan secara kombinatorial, dan bagaimana proses perhitungan yang mereka lakukan dalam menyelesaikan masalah-masalah kombinatorial.

## 1.4. Rumusan Masalah

Permasalahan dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

- Bagaimana kemampuan mahasiswa ditinjau dari model berpikir kombinatorik?
- Bagaimana kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal kombinatorika yang diberikan?

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Kombinatorika

Kombinatorika merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit yang membahas permasalahan sehari-hari sehingga dapat diselesaikan secara terpolo dengan menggunakan prinsip-prinsip dasar mencacah (berhitung), konsep-konsep permutasi, kombinasi serta binomial dan polinomial. Dalam mata kuliah kombinatorika yang dibahas untuk mahasiswa pendidikan matematika, materi utama yang dibahas adalah prinsip-prinsip dasar mencacah, persoalan permutasi dan kombinasi, serta permasalahan binomial dan multinomial.

Di samping itu, dalam beberapa tahun terakhir, pengajar-pengajar matematika, teknologi dan sains di sekolah-sekolah telah menyatakan bahwa matematika diskrit mempunyai keterkaitan erat dengan bidang-bidang kajian seperti ilmu komputer, teori peluangstatistika serta manajemen bisnis yang sangat dibutuhkan dalam kehidupan modern (Pittman and Heman, 2015). Hal ini bertujuan agar nanti guru lebih mampu mengajarkan anak didiknya menyelesaikan permasalahan sehari-hari dengan melalui pendekatan kombinatorial, sehingga permasalahan bisa dilihat lebih praktis dan bermakna. Permasalahan-permasalahan kombinatorial merangsang cara berpikir mengkonstruksi siswa/mahasiswa tentang penyajian masalah yang bermakna, memberi alasan yang logis, dan mampu menggeneralisasi konsep-konsep dalam matematika (Sriraaman and English, 2004).

Dalam beberapa penelitian kepada siswa di tingkat sekolah menengah, permasalahan kombinatorial sederhana kepada anak menunjukkan bahwa jika diberikan waktu yang lebih lama, anak-anak yang berkemampuan rendahpun bahkan mampu menyelesaikan kombinatorial dengan baik. Berbeda dengan anak-anak berkemampuan tinggi, yang seringkali khilaf dan kehilangan arah dalam menyelesaikan soal-soal terkait kombinatorika (Melusova dan Sunderlik, 2014). Hal yang sama berlaku untuk di level mahasiswa, dimana mahasiswa yang tergolong pintar pun kadang-kadang melakukan kesalahan lebih banyak dari mahasiswa yang berkemampuan rendah. Salah satu tantangan yang dialami siswa/mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan kombinatorial adalah seringkali mahasiswa mengabaikan serangkaian jawaban (set of outcomes) yang mungkin.

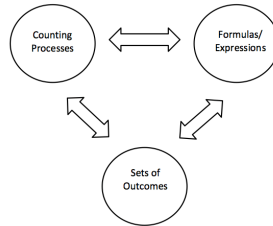


Walaupun materi seperti permutasi dan kombinasi sudah diajarkan di tingkat sekolah menengah, peneliti menemukan fakta dilapangan bahwa mahasiswa banyak mengalami kesulitan dengan materi-materi yang dibahas. Permasalahan-permasalahan matematika yang seharusnya menjadi lebih mudah jika dilihat dari sudut permasalahan kombinatorial, tetap saja terasa sulit untuk dipelajari. Hal ini sejalan dengan temuan Melusova dan Sunderlik (2014) bahwa kombinatorika terlihat sebagai suatu subjek dalam matematika yang sulit untuk dipelajari.

Tentu saja rendahnya kemampuan mahasiswa dalam penguasaan materi dan menyelesaikan soal-soal kombinatorial materi menjadi tantangan tersendiri, karena sebagai calon guru, pengetahuan itu akan membantu mereka nantinya dalam mengajar siswa mereka sendiri. Secara umum, mahasiswa sebagai calon guru diharapkan memiliki penguasaan dan kemampuan yang cukup tentang materi yang akan diajarkan, karena kemampuan itu akan mengarahkan mereka dalam memutuskan apa yang akan dilakukan di kelas, apa contoh kasus yang akan diberikan, dan mempresentasikannya di depan kelas (Desfitri, 2018).

## 2.2. Berpikir Kombinatorial

Salah satu cara yang bisa membantu kita menganalisis permasalahan mahasiswa dalam menyelesaikan kombinatorial problem adalah memahami *sense* atau rasa dari kegiatan menghitung mereka dengan melihat pola-pola berpikir kombinatorial mahasiswa itu sendiri. Lockwood (2013) mengenalkan sebuah model berpikir mahasiswa yang dinamakan '*a model of students' combinatorial thinking*'. Dalam model ini, cara berpikir kombinatorial siswa terdiri atas tiga komponen, yaitu *formula* atau ekspresi matematika, *counting proses* atau proses perhitungan, dan *set of outcomes* atau serangkaian jawaban (himpunan jawab). Komponen rumus atau formula mengacu kepada ekspresi matematika yang dapat dievaluasi, yang sering dianggap sebagai jawaban untuk masalah perhitungan. Proses perhitungan mengacu kepada langkah-langkah aktual dimana seseorang terlibat secara fisik dan mental saat melakukan perhitungan, yang mungkin melibatkan penerapan prinsip-prinsip dasar perhitungan atau penerapan penyelesaian kasus. Sedangkan serangkaian jawaban untuk masalah yang diberikan mengacu kepada hasil yang diinginkan dari penyelesaian masalah tersebut. Untuk lebih jelasnya model berpikir kombinatorial siswa itu dapat digambarkan dalam gambar berikut:



Gambar 1. Salah satu model berpikir kombinatorika

Sebagai contoh sederhana untuk mengelaborasi hubungan ketiga komponen di atas, pertimbangkan masalah berikut:

”Tentukan banyaknya cara yang bisa dilakukan untuk mendudukkan 8 orang tamu dalam sebuah barisan bangku jika terdapat sepasang suami istri dan si istri harus duduk di sebelah kiri suaminya.” (soal UTS kombinatorika prodi pendidikan matematika Universitas Bung Hatta semester ganjil 2019/2020).

Sebelum memecahkan masalah, kita dapat mempertimbangkan seperti apa hasil susunan tamu tersebut. Perlu dicatat bahwa dalam kasus di atas, proses perhitungan yang diuraikan di atas menyusun hasil dengan cara tertentu. Jika seseorang memandang permasalahan diatas dengan menganggap sepasang suami istri itu (anggap  $X$  dan  $Y$ ) sebagai satu kesatuan dengan satu posisi, maka ia akan memandang permasalahan hanya menjadi bagaimana mendudukkan 7 orang tamu ke dalam urutan bangku secara bebas, yaitu sebanyak  $7!$  Cara atau sebanyak  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$  cara atau 5040 cara.

Sementara jika seseorang memandang suami istri sebagai individual yang berbeda, maka ia akan melihat melakukan posisi  $Y$  yang tergantung oleh  $X$ . Setiap  $X$  didudukan di suatu bangku, maka  $Y$  harus disebelahnya, akibatnya kita hanya akan mencari cara mendudukkan 6 orang di 6 bangku yang tersisa, yaitu sebanyak  $6!$  Atau  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$  cara atau 720 cara . Tetapi  $X$  bisa ditempatkan di sebarang tempat kecuali paling kanan, karena kalau paling kanan,  $Y$  tidak bisa ditempatkan di sebelahnya. Akibatnya ada 7 posisi yang mungkin untuk  $X$ . Sehingga total cara yang mungkin adalah  $720 \times 7 = 5040$  cara.

Orang yang lain lagi mungkin berpikir bahwa jika 6 orang yang bebas tempat duduknya bisa ditempatkan dengan  $6!$  Cara, dan pasangan suami istri (karena berdua) bisa ditempatkan pada 7 posisi, maka total ada  $6! \times 7$  cara atau  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$  cara.

## BAB III TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN

### 3.1. Tujuan Penelitian

Penelitian ini secara umum bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan berpikir kombinatorik mahasiswa. yang meliputi bagaimana kemampuan berpikir kombinatorial mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal kombinatorika, bagaimana proses mendeskripsikan permasalahan ke dalam formula matematika (formula/ekspresi matematika), apa topik-topik yang agak susah oleh mahasiswa, dan bagaimana bentuk proses perhitungan (*counting process*) yang dilakukan mahasiswa ketika menyelesaikan permasalahan- permasalahan kombinatorika sampai merkea mendapatkan serangkaian jawaban (*set of outcomes*)

### 3.2. Manfaat Penelitian

Dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran tentang bagaimana kemampuan berpikir kombinatorial mahasiswa sehingga masalahmasalah yang dihadapi dapat diminimaisir untuk masa yang akan datang.

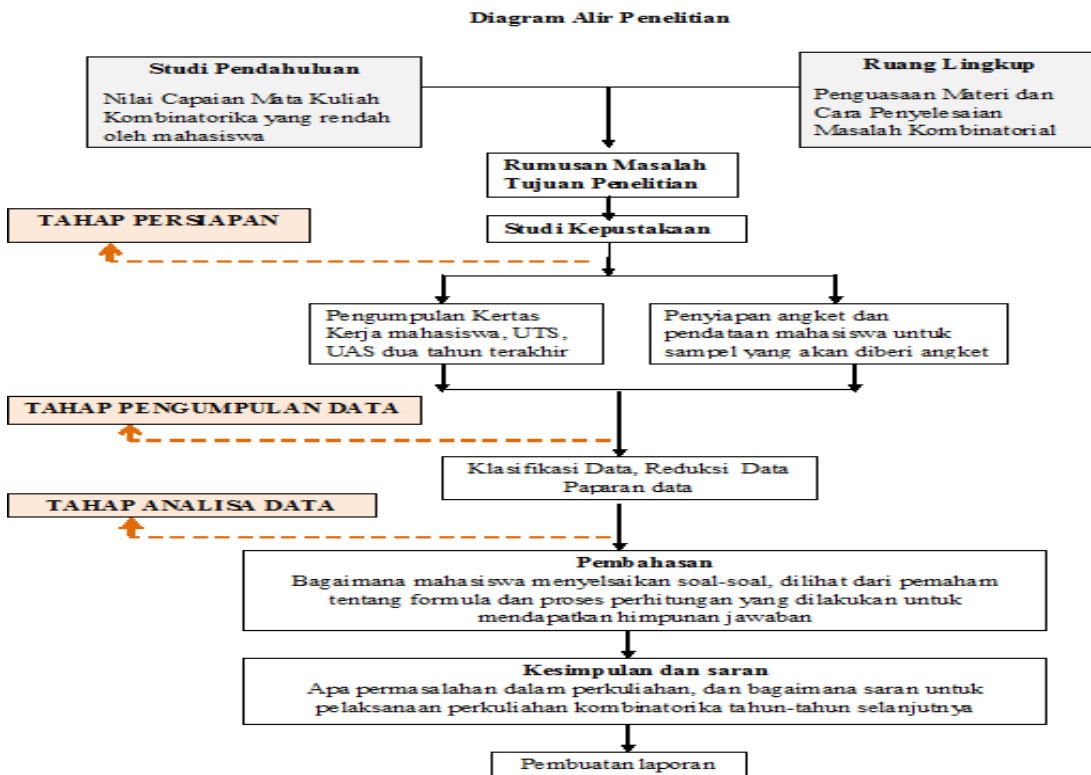
## BAB IV METODE PENELITIAN

### 4.1. Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode kualitatif. Menurut Moleng (2010) penelitian kualitatif adalah penelitian yang bermaksud untuk menggali tentang apa yang dipahami oleh subyek penelitian, seperti perilaku, persepsi, motivasi, tindakan, dengan cara deskripsi dalam bentuk kata-kata atau bahasa, dalam suatu konteks dengan memanfaatkan berbagai metode ilmiah. Untuk itu dalam penelitian kualitatif ini menggunakan penelaahan dokumen, pengamatan dan angket.

Walaupun dalam penelitian ini peneliti tidak merumuskan hipotesis, tetapi peneliti tetap punya dugaan bahwa permasalahan utama mahasiswa seperti tingkat penguasaan materi yang kurang memadai, kurang mampu memahami formula, dan proses penghitungan yang keliru merupakan permasalahan yang menjadi penyebab rendahnya tingkat kelulusan mata kuliah kombinatorika.

Diagram alir penelitian dapat dilihat dari gambar berikut:



Gambar 2. Diagram alir penelitian

## 4.2. Instrumen/ Alat Pengumpul Data

Objek yang dianalisis adalah kertas kerja mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal kombinatorika saat UTS dan UAS semester ganjil tahun ajaran 2017/2018, tahun ajaran 2018/2019 dan tahun ajaran 2019/2020. Tetapi ada kendala dalam pengambilan angket/kuesioner karena proses pembelajarannya sudah berlalu, sehingga jawaban angket kevalidannya di ragukan, maka soal yang akan dianalisis, dipilih dari soal yang berisi juga permintaan kepada mahasiswa untuk menjelaskan jawaban yang mereka berikan

Dari kertas jawaban ini dianalisis kemampuan mahasiswa dalam berpikir kombinatorika yang mengandung tiga komponen, yaitu memahami formula (*mathematics expression*), dan bagaimana mereka melakukan proses penghitungan (*counting process*) yang sampai kepada serangkaian jawaban (*set of outcomes*).

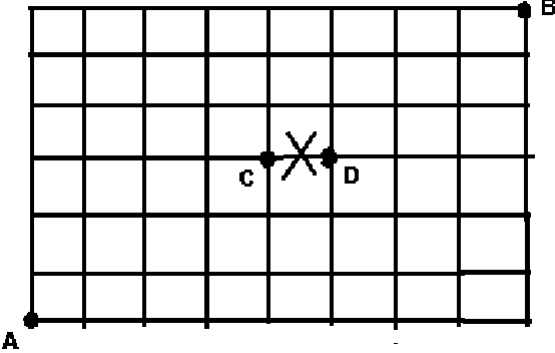
## 4.3. Data Penelitian

### 4.3.1. *Tahap Pengumpulan Data: Klasifikasi data dan reduksi data*

Pada tahap ini semua kertas kerja dan kertas UTS dan UAS mata kuliah kombinatorial yang sudah terkumpul dikelompokkan, hanya mahasiswa yang mengikuti perkuliahan yang penuh yang masuk ke dalam data, sedangkan beberapa mahasiswa yang tidak/jarang mengumpulkan tugas, atau tidak mengikuti UTS atau UAS tidak dimasukkan ke dalam kelompok data. Beberapa soal yang diujikan di ambil dari buku Kombinatorik oleh Suwilo (2010). Langkah selanjutnya memilih sub-sub materi utama yang dibahas dalam perkuliahan, dan disesuaikan dengan masalah-masalah kombinatorika yang diberikan selama perkuliahan, untuk itu dipilih materi untuk di analisis, yaitu prinsip dasar pencacahan, permutasi, kombinasi. Kemudian dipilih 5 soal yang akan dianalisis yaitu mengenai prinsip dasar pencacahan, prinsip eksksi-inklusi, permutasi melingkar, persamaan Diophantine, dan problem rute terpendek.

Soal yang dianalisa yang merupakan bagian dari 5 sub-materi utama dalam mata kuliah kombinatorika, yang dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2. Pertanyaan yang dianalisis untuk melihat aspek berpikir kombinatorial mahasiswa

Soal	Materi	Pertanyaan	Jumlah kertas kerja yang dianalisis
1	Prinsip Dasar Mencacah	<i>Hitunglah banyaknya pasangan bilangan bulat <math>(x, y)</math> sehingga <math>x^2 + y^2 \leq 7</math> Jelaskan prinsip berhitung mana yang dipakai, dan alasannya!</i>	20
2	Prinsip Eksklusi - Inklusi	<i>Hitunglah banyaknya bilangan bulat antara 100 – 999 yang tidak memuat angka 5. Jelaskan juga prinsip pencacahan apakah yang anda lakukan!</i>	20
3	Permutasi (Permutasi Melingkar)	<i>Ada 6 orang tamu yang akan didudukkan mengelilingi sebuah meja bundar, dan ada dua orang diantaranya tidak boleh duduk berdekatan. Hitunglah banyaknya cara/susunan yang mungkin untuk ke enam orang tersebut duduk mengelilingi meja bundar itu. Menurut anda, apa formula dan perhitungan yang lebih praktis untuk menghitungnya?, dan jelaskan kenapa demikian!.</i>	20
4	Kombinasi (Persamaan Diophantine)	<i>Lima orang mahasiswa pergi sarapan ke kantin kampus untuk sarapan. Ada tiga jenis makanan yang tersedia, yaitu nasi goreng, mie goreng, dan pecal. Jika setiap mahasiswa hanya memesan tepat SATU jenis makanan, berapa banyak cara pemesanan yang dapat dilakukan oleh kelima mahasiswa tersebut. Harap dijelaskan proses perhitungan untuk mendapatkan solusi.</i>	20
5	Kombinasi (Rute terpendek)	<p><i>Seseorang ingin berangkat dari kota A menuju kota B. Dalam perjalanan ia hanya boleh berjalan ke arah kanan atau ke atas, tetapi <b>tidak boleh</b> melalui jalan yang menghubungkan kota C dan kota D seperti gambar di bawah ini.</i></p>  <p><i>Ada banyaknya lintasan Latis atau rute terpendek yang bisa dilalui orang tersebut dari kota A ke kota B? Jelaskan juga bagaimana anda merumuskan formula agar dpat menjawab pertanyaan tersebut!</i></p>	20

#### 4.3.2. Deskripsi dan Analisis Data

Dari setiap soal yang terpilih untuk di analisis, dievaluasi bagaimana jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan soal tersebut, yang dilihat dari 3 aspek, bagaimana mereka memformulasikan soal ke dalam ekspresi/formula matematika, bagaimana mereka memilih proses perhitungan yang digunakan, dan bagaimana mereka sampai ke serangkaian jawaban yang diinginkan.

Berdasarkan data yang diperoleh dari hasil kerja mahasiswa dalam menyelesaikan masalah-masalah kombinatorial, dengan memperhatikan komponen-komponen berpikir kombinatorial menurut Lockwood (2013), maka struktur berpikir yang dipakai mahasiswa dalam menjawab soal-soal kombinatorika yang diberikan dapat disajikan dalam data sebagai berikut:

**TABLE 3.** Deskripsi jumlah lembar kerja yang dikerjakan mahasiswa memuat komponen berpikir kombinatorial model Lockwood dari setiap soal

Soal nomor	Memformulasikan masalah ke dalam ekspresi matematika		Proses Perhitungan		Sampai kepada serangkaian solusi	
	Benar	Ada kesalahan	Benar	Ada kesalahan	Benar	Ada kesalahan
# 1	6	10	8	12	7	12
# 2	7	7	7	13	6	10
# 3	8	7	10	10	8	10
# 4	9	4	8	12	8	7
# 5	9	6	7	13	5	10

Tabel di atas memberi gambaran bahwa ada kecenderungan semua mahasiswa melakukan aspek perhitungan, tetapi tidak semua melakukan langkah awal, yaitu merumuskan formula/ekspresinya terlebih dahulu. Berdasarkan jawaban mahasiswa, hal ini disebabkan beberapa hal, antara lain mereka tidak tahu bagaimana memformulasikan persoalan ke dalam formula/ekspresi matematika, dan ada yang mengatakan bahwa mereka memulai dengan mencoba-coba serangkaian jawaban yang cocok atau memenuhi kondisi yang diberikan.



Sedangkan dari hasil atau skor jawaban, dapat dilihat dari tabel berikut:

**TABLE 4.** Sebaran skor yang didapat mahasiswa

<b>Interval Score</b>	<b>Jumlah Mahasiswa</b>	<b>Persentase (dari 20)</b>
81 - 100	0	0
65 - 80	6	30
55 - 64	6	30
45 - 55	8	40

Sedangkan dari hubungan antara komponen-komponen dari struktur berpikir kominatorik mahasiswa, terdapat kecendrungan bahwa komponen berpikir tidak selamanya sampai kepada serangkaian jawaban yang diinginkan. Ini juga terlihat pada gambar 2 dimana terjadi penurunan jumlah lembar kerja mahasiswa yang melaksanakan proses perhitungan tetapi tidak sampai pada serangkaian jawaban.

#### **Soal nomor 1.**

***Hitunglah banyaknya pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  sehingga  $x^2 + y^2 \leq 7$ .  
Jelaskan prinsip berhitung mana yang dipakai, dan alasannya!***

Secara umum, untuk menjawab permasalahan pada soal nomor 1 di atas, maka harus dirumuskan dahulu formula/ekspresi yang terkait dengan soal. Karena yang diminta adalah pasangan bilangan bulat yang jumlah kuadratnya tidak melebihi nilai 7, maka permasalahan dapat dijabarkan dalam ekspresi matematika menjadi himpunan pasangan terurut dimana  $S_i = \{(x, y) | x^2 + y^2 = i, \quad 0 \leq i \leq 7\}$ . Karena itu akan dihitung  $\sum_0^7 |S_i|$ .

Jika dilihat hubungan aspek kombinatorial yang dilakukan mahasiswa pada soal nomor 1, dari jumlah mahasiswa yang bisa memformulasikan permasalahan dengan benar ke dalam ekspresi matematika dengan jumlah mahasiswa yang mencapai serangkaian jawaban dengan benar mengalami peningkatan, hal ini berarti ada beberapa mahasiswa yang walaupun mereka gagal memformulasikan permasalahan ke dalam ekspresi matematika, tetapi akhirnya mereka mampu mencari serangkaian jawaban. Langkah yang mereka lakukan adalah dengan menghitung satu-persatu secara manual dengan mengecek apa saja jawaban

yang memenuhi, sehingga akhirnya mereka mendapatkan jawaban akhir yang benar. Hal ini dapat dilihat pada jawaban salah seorang mahasiswa berikut:

Gambar 3. Contoh jawaban mahasiswa untuk soal prinsip dasar pencacah

## Soal nomor 2.

**Hitunglah banyaknya bilangan bulat antara 100 – 999 yang tidak memuat angka 5. Jelaskan juga prinsip pencacahan apakah yang anda lakukan!**

Pada soal nomor 2, untuk mendapatkan jawaban, harus dilihat semua kondisi dari susunan bilangan. Proses perhitungan bisa dilakukan dengan berbagai cara. Cara yang pertama adalah dengan menghitung semua yang tidak mempunyai angka 5. Sehingga langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

Misalkan bilangan itu masing-masing untuk angka ratusan, puluhan, dan atuanya berturut-turut adalah

$X$	$Y$	$Z$
untuk angka ratusan	untuk angka puluhan	untuk angka satuan

Dengan jumlah angka yang tersebar dari 0, 1, 2, 3, ..., 10, maka secara teori kita cenderung akan melihat bahwa ada jika tidak ada syarat/kondisi tertentu, maka ada 10 kemungkinan untuk menempati posisi  $X, Y$ , maupun  $Z$ . Tetapi banyak mahasiswa kurang teliti dengan syarat bahwa untuk angka ratusan  $X$  tidak dimungkinkan disitu diletakkan angka 0, karena

nanti bilangannya bukan lagi bilangan yang terdiri dari tiga angka, tetapi hanya dua angka, yang menunjukkan bilangan puluhan.

Jika dirasa akan lebih mudah mendeteksi mana yang memiliki angka 5, maka bisa digunakan cara kedua, dengan mendeteksi semua bilangan yang memiliki angka 5, sehingga bilangan-bilangan yang tidak memiliki angka 5 adalah bilangan-bilangan selain itu. Dengan kata lain cara yang kedua menggunakan prinsip inklusi eksklusi.

Dengan cara ini, kekurangan telitian dalam menghitung juga ditemukan ketika angka 5 boleh jadi muncul di beberapa tempat sekaligus, sehingga yang dihitung tidak hanya kasus untuk yang muncul hanya satu kali.

Berdasarkan data jawaban mahasiswa, dapat dilihat bahwa jumlah mahasiswa yang mampu merumuskan formula dengan benar lebih sedikit dari yang mampu sampai ke rangkaian jawaban yang benar. Hal ini diakibatkan oleh proses perhitungan yang keliru. Data juga menunjukkan bahwa walaupun mahasiswa yang mencoba menghitung manual, tetapi tidak mampu mengecek sampai bilangan terakhir yang mungkin. Akibatnya rangkaian jawaban yang benar tidak terdeteksi seluruhnya karena memang tidak memungkinkan menghitung satu persatu jawaban yang memenuhi permasalahan di atas.

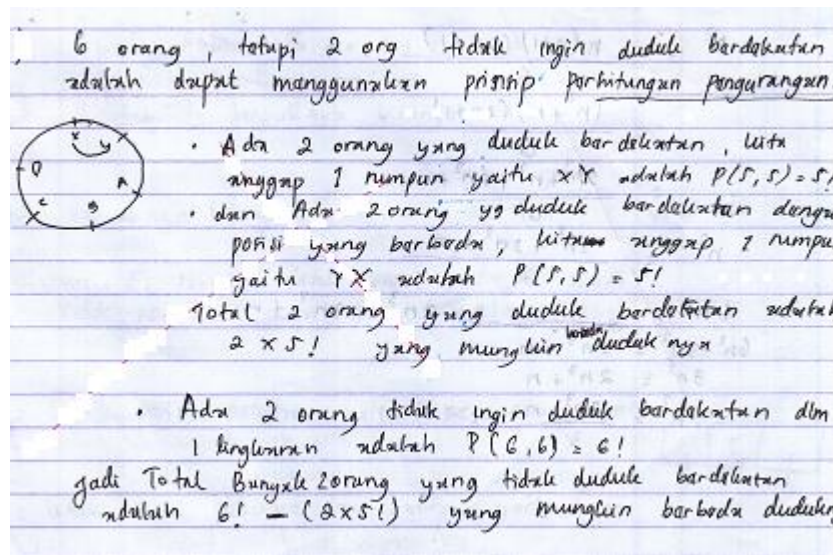
### **Soal nomor 3.**

*Ada 6 orang tamu yang akan didudukkan mengelilingi sebuah meja bundar, dan ada dua orang diantaranya tidak boleh duduk berdekatan. Hitunglah banyaknya cara/susunan yang mungkin untuk ke enam orang tersebut duduk mengelilingi meja bundar itu. Menurut anda, apa formula dan perhitungan yang lebih praktis untuk menghitungnya?, dan jelaskan kenapa demikian!.*

Pada soal nomor 3, data menunjukkan bahwa hanya mahasiswa yang menggunakan formula lah yang bisa menjawab persoalan dengan benar. Data juga menunjukkan dari semua mahasiswa yang mengerjakan perhitungan, hampir semua sampai ke tahap rangkaian jawaban walaupun salah.

Mahasiswa yang tidak menerjemahkan soal ke dalam formula/ekspresi matematika tidak sampai ke rangkaian jawaban yang diinginkan walaupun mereka dapat menunjukkan beberapa kasus yang memenuhi syarat penyelesaian. Artinya beberapa mahasiswa

mengerjakan perhitungan dengan benar, walaupun tanpa formula, tapi dengan trial and error, sehingga tidak semua jawaban yang mungkin bisa didapatkan. Untuk beberapa jawaban, mereka sebenarnya sudah paham permasalahan, tetapi tidak mampu menentukan proses perhitungan yang sesuai, sehingga jawaban yang didapatkan keliru. Mereka memahami bahwa soal itu tentang permutasi siklis, tetapi mereka mengerjakan perhitungan dengan permutasi biasa. Salah satu contoh jawaban mahasiswa dapat dilihat dari gambar berikut:



Gambar 4. Contoh jawaban mahasiswa dalam soal permutasi siklis

#### Soal nomor 4

**Lima orang mahasiswa pergi sarapan ke kantin kampus untuk sarapan. Ada tiga jenis makanan yang tersedia, yaitu nasi goreng, mie goreng, dan pecal. Jika setiap mahasiswa hanya memesan tepat SATU jenis makanan, berapa banyak cara pemesanan yang dapat dilakukan oleh kelima mahasiswa tersebut. Harap dijelaskan proses perhitungan untuk mendapatkan solusi.**

Pada soal nomor 4, Untuk bisa menghitung permasalahan kombinasi di pada soal nomor 4 di atas, maka permasalahan harus diterjemahkan dulu ke dalam persamaan diophantine, dimana  $X$  adalah jumlah mahasiswa yang memesan nasi goreng,  $Y$  adalah jumlah mahasiswa yang memesan mie goreng, dan  $Z$  adalah jumlah mahasiswa yang memesan pecal. Dengan asumsi bahwa dimungkinkan tidak ada satupun yang memilih salah

satunya, dan jumlah semua pesanan adalah 5, maka persamaan diophantine untuk permasalahan di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$x + y + z = 5; \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x, y, z$$

Data juga menunjukkan bahwa hanya sedikit mahasiswa yang sampai kepada tahap hasil, artinya sebagian lagi hanya terhenti sampai proses berhitung yang tidak menghasilkan jawaban.

### Soal nomor 5

*Seseorang ingin berangkat dari kota A(0,0) menuju kota B(9,7). Dalam perjalanan ia hanya boleh berjalan ke arah kanan atau ke atas, tetapi **tidak boleh** melalui jalan yang menghubungkan kota C(3,3) dan kota D(4,3). Ada banyaknya lintasan Latis atau rute terpendek yang bisa dilalui orang tersebut dari kota A ke kota B? Jelaskan juga bagaimana anda merumuskan formula agar dapat menjawab pertanyaan tersebut!*

Dari 15 mahasiswa yang sampai kepada serangkaian jawaban, hanya 5 orang mahasiswa yang mampu menyelesaikan permasalahan dengan benar. Kelima mahasiswa ini juga adalah mahasiswa yang mampu memformulasikan permasalahan ke dalam ekspresi matematika dengan benar. Ini menunjukkan bahwa untuk soal ini, penyelesaian hampir tidak mungkin dilakukan jika dilakukan secara manual mengecek semua rute terpendek yang mungkin.

Yang harus dipahami pertama oleh mahasiswa adalah bahwa dengan posisi kota A dan kota B, maka sekali kita melaangkah ke arah kiri atau ke arah bawah, kita tidak akan pernah mendapatkan rute terpendek.

Pengecekan dengan memberi tanda jalur di setiap rute pun hanya akan mengaburkan gambar yang sudah ada dan tidak praktis. Tetapi memberikan contoh alternatif rute dan merumuskannya kedalam formula yang tepat, serta proses perhitungan yang teliti dan benar baru akan sampai kepada serangkaian jawaban yang diinginkan. Contoh jawaban mahasiswa untuk kasus ini dapat dilihat pada gambar berikut:

Tentukan banyaknya lintasan latis yang merupakan rute terpendek, yang bisa dilalui dari kota A ke kota B tetapi tidak boleh melewati rute antara kota C dan kota D seperti pada gambar berikut

Dik:   
 diketahui:   
 $n = 3 + 5 = 8$    
 $m = 4 + 2 = 6$

$$\binom{n+m}{n} = \binom{n+m}{m}$$

$$= \binom{8+6}{6} = \binom{14}{6}$$

$$= \frac{14!}{6! \cdot 8!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

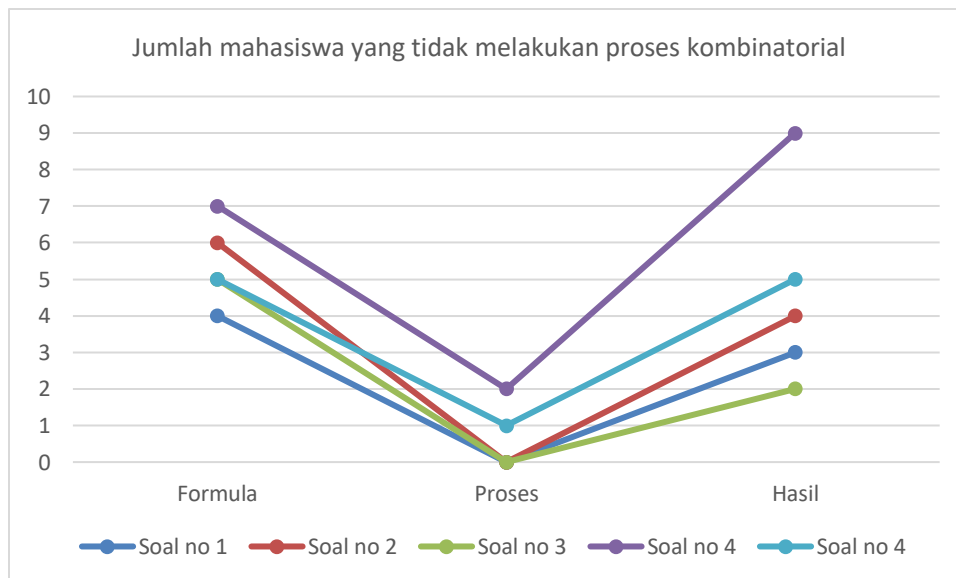
$$= 7 \times 13 \times 11 \times 3$$

$$= 3003$$

Caratan: untuk jalan merah merupakan lintasan yang diminta.

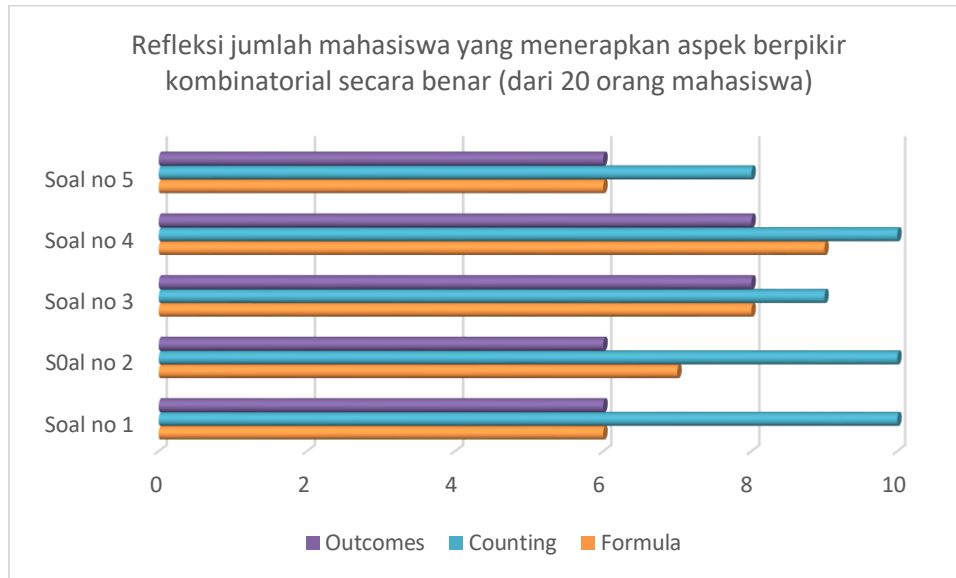
Gambar 5. Contoh jawaban mahasiswa untuk rute terpendek

Di samping itu, untuk mendapatkan gambaran yang lebih lengkap dari berpikir kombinatorik siswa, akan dilihat juga, kenapa tidak semua mahasiswa menggunakan ketiga komponen tadi dalam menyelesaikan persoalan kombinatorial yang diberikan. Karena cukup banyak lembar kerja yang dilakukan mahasiswa yang tidak menggunakan ketiga komponen ini dalam menyelesaikan soal-soal yang diberikan, seperti yang terlihat pada gambar 6.



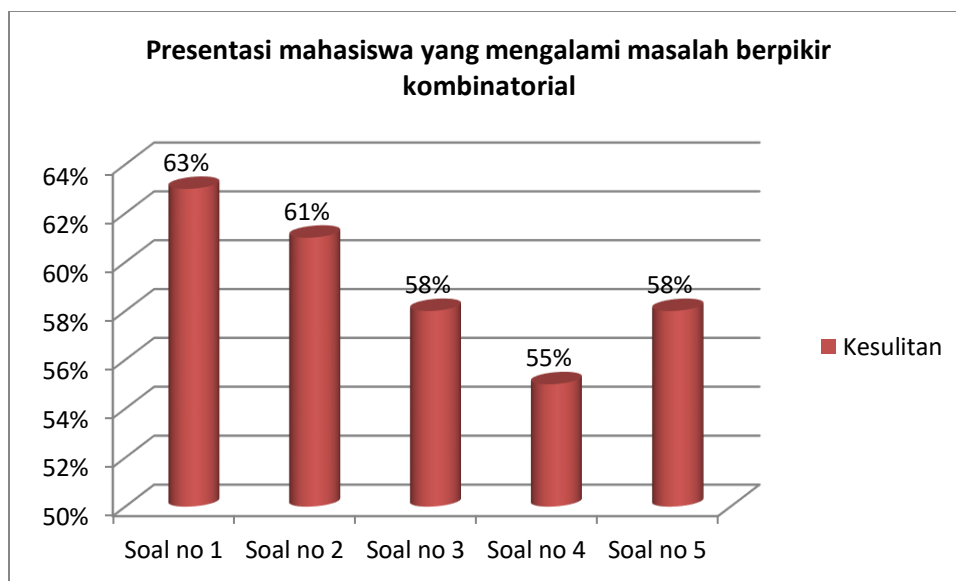
Gambar 6. Jumlah lembar kerja mahasiswa yang tidak memuat komponen berpikir kombinatorik dalam setiap soal

Jika dilihat lebih jauh kemampuan mahasiswa dalam struktur berpikir kombinatorial, dapat dilihat gambarannya sebagai berikut:



Gambar 7. Refleksi jumlah mahasiswa yang menerapkan aspek berpikir kombinatorial

Sedangkan jika dilihat dari presentasi mahasiswa yang mengalami masalah dalam berikir kombinatorial, dapat dilihat dlaam data berikut:



Gambar 8. Presentasi mahasiswa yang mengalami masalah berpikir kombinatorial

## BAB V

### HASIL PENELITIAN

Berdasarkan data, dapat ditunjukkan bahwa hampir di setiap soal, komponen berpikir kombinatorial yang dilakukan mahasiswa masih banyak yang salah/keliru di setiap komponen. Namun ada beberapa fakta menarik yang di dapat disini dan akan di analisis lebih lanjut, seperti antara lain: mengapa aspek berpikir kombinatorik terbanyak yang dilakukan adalah proses perhitungan; mengapa ada beberapa soal yang mahasiswa sampai kepada serangkaian jawaban yang benar, sedangkan formula/ekspresi matematika tidak mereka rumuskan? Hal ini sebaiknya dianalisis lebih lanjut untuk lanjutan penelitian ini.

Fakta lainnya dari jawaban mahasiswa di lembar kerja mereka adalah, walaupun mereka melakukan aspek berpikir kombinatorial, tetapi tidak semua mampu melakukannya dengan benar. Ada sebagian besar mereka banyak melakukan kekeliruan, baik ketika merumuskan formula, maupun melakukan proses perhitungan yang seharusnya, maupun kekeliruan/kesalahan ketika sampai kepada serangkaian jawaban yang seharusnya di dapat.

Data juga menunjukkan bahwa yang untuk proses memformulasikan permasalahan ke dalam matematika, mereka mampu mengerjakan lebih baik untuk soal-soal mencacah dan permutasi. Komentar dan argumen mahasiswa juga menunjukkan bahwa mereka lebih percaya diri mengerjakan permasalahan-permasalahan permutasi dan kombinasi sederhana yang belum banyak syarat dan kondisi kasusnya.



## BAB VI. KESIMPULAN DAN SARAN

### 6.1. Kesimpulan

Dari penelitian ini, dengan melihat kemampuan mahasiswa dalam berpiir kombinatorika dalam menyelesaikan masalah-masalah kombinatorial, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dalam mengerjakan soal, walaupun tidak semua memformulasikan permasalahan ke dalam ekspresi matematika terlebih dahulu (tahap *formula*), tetapi semua mahasiswa melakukan aspek berpikir kombinatorial *counting process*
2. Mahasiswa yang melakukan tahap *counting process*, umumnya mengecek solusi berdasarkan azas *trial and error*.
3. Proses perhitungan mencari solusi dengan *trial and error* (walaupun tidak selalu berhasil) hanya mungkin dilakukan untuk kasus yang jumlah kemungkinan solusinya terbatas, sehingga untuk menghitung serangkaian solusi yang mungkin (*set of outcomes*) harus menggunakan *formula* matematika.
4. Kemampuan mahasiswa dalam memformulasikan permasalahan kombinasi relative lebih tinggi di banding topik/materi kombinatorika lainnya

### 6.2. Saran

Dari hasil pengolahan data penelitian ini, perlu dikaji lebih lanjut pemahaman mahasiswa dalam topik-topik kombinatorika yang lain, ditambah alat kelengkapan data yang lebih komplet, mengingat dalam penelitian ini angket tidak bisa sempat dilakukan karena keterbatasan waktu dan kesulitan berkomunikasi dengan mahasiswa yang sudah mengambil mata kuliah ini.

Sebagai mata kuliah yang telah menjadi mata kuliah wajib dalam kurikulum baru program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Bung Hatta, maka penelitian dari ini menjadi penting agar apa permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam perkuliahan bisa lebih jelas dan dipahami oleh semua pihak, baik mahasiswa dan dosen, sehingga hasil penelitian ini bisa menjadi masukan untuk persiapan pelaksanaan kuliah di masa datang.

Mungkin perlu dilakukan penelitian langsung terhadap perkuliahan yang sedang berjalan, sehingga factor-faktor lain yang mempengaruhi kesulitan mahasiswa bisa dilihat dari sudut pandang yang lebih komprehensif.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Desfitri, R. 2018. Pre-service teachers' challenge in presenting mathematical problems. *Journal of Physics: Conference Series*. 948 – 012035.
2. Lexy J. Moleong. 2010. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung:Remaja Rosdakarya.
3. Lockwood, 2013. A model of students' combinatorial thinking", *Journal of Mathematical Behavior*, vol 32, pp. 251-265.
4. Melosuva, J and Sunderlik J., 2014. Pre-service teachers problem posing in combinatorics. *Acta Matematika 17*, pp. 115-122. Faculty of Natural Sciences, Constantine the Philosopher, University of Nitra.
5. Pittman L, and Herman G., 2015. Documenting students' faulty schema and misconception about combinations and permutations. *IEEE Frontiers in Education Conference*, pp. 87-93
6. Sriraman, B. and English, L.D. 2004. Combinatorial Mathematics: Research into Practise. *The Mathematics Teachers*, 98(3), 182-191.
7. Suwilo, S. (200). *Kombinatorik*. Medan; USU Press.